

KMAP による船の制御(1) 一舵の操舵応答

2017(H29).12.15 片柳亮二

【船の運動の基礎事項】

3次元空間上の物体の運動を記述する方法としては，空間(地球)に固定した座標系を用いる方法と，運動する物体に固定した座標系を用いる方法がある．物体に働く力やモーメントを表すには，物体に固定した座標系の方がはるかに簡単である．従って，ここでは船体に固定した座標系とし，図1に示した航空機の機体軸³⁾と同様に扱ふと便利であることから，次のように定義する．すなわち，図1に示すように船首方向に x 軸，右舷方向に y 軸，下方向に z 軸をとる⁶⁾．

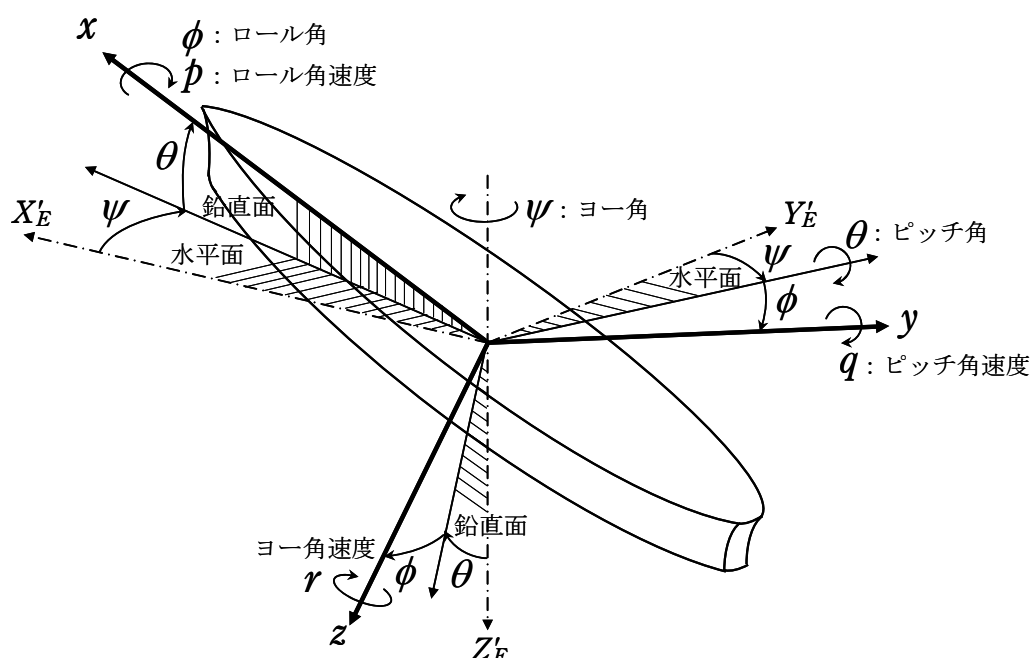


図1 船の運動座標軸と回転運動¹⁾

x 軸， y 軸および z 軸まわりの角速度をそれぞれ p ， q ， r で表し，それぞれロール角速度(ロールレート;roll rate)，ピッチ角速度(ピッチレート;pitch rate)，ヨー角速度(ヨーレート;yaw rate)という．

3次元空間上の物体の姿勢を表すには3つのパラメータが必要となる．ここでは航空機や水中ビークルの運動計算を統一的に扱う関係上，航空機で用いられるオイラー角 ψ ， θ ， ϕ で表すことにする．これらはそれぞれヨー角，ピッチ角，ロール角と呼ばれる．このオイラー角を $\psi \rightarrow \theta \rightarrow \phi$ の順に回転させて3次元空間上の姿勢を表す．

次に，船体が並進運動している場合を図2に示す． x 軸， y 軸および z 軸方向の速度をそれぞれ u ， v ， w で表し，それぞれサージ(surge)速度，スウェイ(sway)速度，ヒープ(heave)速度という．ここでも航空機と船の

運動計算を統一的に扱う関係上，航空機で用いられる角度 α および β を用いる． β は横流れ角または偏角 (drift angle) という．

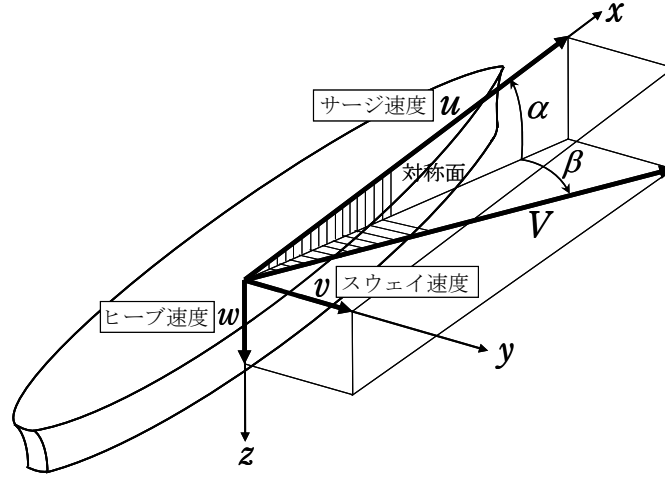


図2 船の並進運動¹⁾

船体の合速度を V で表すと，次の関係がある．

$$V = \sqrt{u^2 + v^2 + w^2} \quad (1)$$

$$\begin{cases} \alpha = \tan^{-1} \frac{w}{u} \\ \beta = \sin^{-1} \frac{v}{V} \end{cases} \quad (2)$$

ここでは，ヒープ運動 w ，ロール運動 p およびピッチ運動 q は 0 と仮定して，さらにサージ運動 u も省略して，水平面内のスウェイ運動 v とヨー運動 r のみを考える．このとき，船の運動方程式は次のように表される¹⁾．

$$\begin{cases} \dot{\beta} = \bar{Y}_\beta (\beta + \beta_G) + \bar{Y}_r r + \bar{Y}_\delta \delta \\ \dot{r} = \bar{N}_\beta (\beta + \beta_G) + \bar{N}_r r + \bar{N}_\delta \delta \\ \dot{\psi} = r \end{cases} \quad (3)$$

状態方程式で表すと

$$\dot{x} = A_p x + B_2 z_u \quad (4)$$

$$x = \begin{bmatrix} \beta \\ r \\ \psi \end{bmatrix}, \quad A_p = \begin{bmatrix} \bar{Y}_\beta & \bar{Y}_r & 0 \\ \bar{N}_\beta & \bar{N}_r & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad B_2 = \begin{bmatrix} \bar{Y}_\delta & \bar{Y}_\beta \\ \bar{N}_\delta & \bar{N}_\beta \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad z_u = \begin{bmatrix} \delta \\ \beta_G \end{bmatrix} \quad (5)$$

ただし，

$$\bar{Y}_\beta = \frac{Y_\beta}{(m + m_y)V}, \quad \bar{Y}_r = \frac{Y_r - (m + m_x)V}{(m + m_y)V}, \quad \bar{Y}_\delta = \frac{Y_\delta}{(m + m_y)V} \quad (6)$$

$$\bar{N}_\beta = \frac{N_\beta + (m_x - m_y)V^2}{I_z + J_z}, \quad \bar{N}_r = \frac{N_r}{I_z + J_z}, \quad \bar{N}_\delta = \frac{N_\delta}{I_z + J_z} \quad (7)$$

である．ここで， m_x, m_y は付加質量， J_z は付加慣性モーメント， δ は操舵量， β_G は横流れ外乱である．また， $m+m_x$ は x 方向見掛質量， $m+m_y$ は y 方向見掛質量， I_z+J_z は z 軸まわり見掛慣性モーメントとよばれる．なお， $Y_\delta, N_\delta, Y_\beta, Y_r, N_\beta, N_r$ については参考図書 1) 参照．

【問題】 上記の運動方程式を用いて，舵の操舵 δ を 20° ステップ入力した場合の応答を求めよ．ただし，船の諸元データは以下とする．

重量 $W=30000$ (tf) (質量 $m=30 \times 10^6$ (kg))，長さ $L=170$ (m)，
幅 $B=24$ (m)，水面下喫水 $d=10$ (m)，ブロック係数 $C_B=0.65$ ，
方向舵の高さ $h_R=7$ (m)，方向舵の弦長 $c_R=4$ (m)，
水の密度 $\rho=999$ (kg/m³)，速度 $V=5$ (m/s)

【解】

このデータを用いて参考図書 1) から行列 A_p, B_2 を求めると次のようになる．

$$A_p = \begin{bmatrix} -0.0277 & -0.502 & 0 \\ -0.00894 & -0.01465 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad B_2 = \begin{bmatrix} 0.00343 & -0.0277 \\ -0.000761 & -0.00894 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

これらのデータを用いて，KMAP で解析する．

KMAP (バージョン 114 以降) を起動して，

- ① 「KMAP***解析内容選択画面」⇒ “4” キーイン
- ② 「データファイル利用方法」⇒ “3” をキーイン
- ③ 「例題ファイルデータの取得」⇒ 例として，“3” をキーイン
- ④ 「3:機械システム制御の実際の例題」⇒ “57” キーイン

例題のインプットデータ ⇒ EIGE.PR7.2-1A.DAT

- ⑤ 「新しいファイル名入力してください」と表示されるので，以下，次のようにキーイン

0 0 1 6

これで解析計算が実行されて，安定解析結果が次のように表示される．

```
***** POLES AND ZEROS *****
POLES( 5), EIVMAX= 0.8853D-01
N      REAL      IMAG
1      -0.88525683D-01    0.00000000D+00
2      0.00000000D+00    0.00000000D+00
3      0.00000000D+00    0.00000000D+00
4      0.00000000D+00    0.00000000D+00
```

```

5      0.46153242D-01      0.00000000D+00
ZEROS( 3), II/JJ= 6/ 1, G=-0.7611D-03
N      REAL      IMAG
1      -0.67978233D-01      0.00000000D+00
2      0.00000000D+00      0.00000000D+00
3      0.00000000D+00      0.00000000D+00

```

この画面を消すと、「解析結果の表示」の画面になるが、画面を上スクロールすると、次の AP, B2 行列およびスタティックマージンが次のように表示されている。

```

....AP..... NI= 3 NJ= 3
-0.2772D-01  -0.5022D+00  0.0000D+00
-0.8944D-02  -0.1465D-01  0.0000D+00
0.0000D+00   0.1000D+01  0.0000D+00

....B2..... NI= 3 NJ= 2
0.3426D-02  -0.2772D-01
-0.7611D-03  -0.8944D-02
0.0000D+00   0.0000D+00

```

次の「解析結果の表示」に戻す。

```

$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$< 解析結果の表示 >$$$$$$$$$$$ (KMAP***)$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$
$$ 0 : 表示終了 (次の解析 または 終了へ) $$
$$ 1 : 安定解析図 (f 特, 根軌跡) (Excel を立ち上げてください) $$
$$ (極・零点配置, 根軌跡, 周波数特性などの図が表示できます) $$
$$ (極・零点の数値データは“9”(安定解析結果)で確認できます) $$
$$ 6 : ナイスト線図 (Excel を立ち上げてください) $$
$$ 7 : シミュレーション図 (KMAP (Simu)) (Excel を立ち上げてください) $$
$$ (Z191~Z200 に定義した値をタイムヒストリー図に表示できます) $$
$$ 9 : 釣り合い飛行時のデータおよび安定解析結果 (TES13. DAT) $$
$$ 10 : その他の Excel 図, 101 : KMAP 線図 (1), 102 : KMAP 線図 (2) $$
$$ 14 : 取り扱い説明書 (pdf 資料), (15:インプットデータ表示), (16:Ap, B2 行列表示) $$
$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$

```

ここで、「1」, 「7」 および 「10」とキーイン/Enter すると、極・零点、 δ 操作応答および運動軌跡 (X_E および Y_E) が次のように Excel で表示することができる。

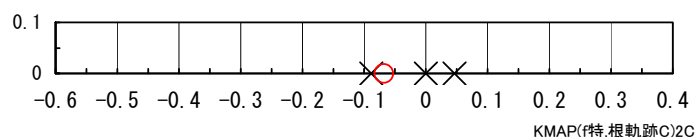


図 3 ψ/δ の極・零点 (EIGE. PRB7.2-1A. DAT)

この極は実根 3 個、零点は 1 個である。この極の実根 1 個は右半面にあり非振動不安定根であることがわかる。

図 4 は、 $\delta = -20^\circ$ のステップ入力時の応答特性である。船は非振動不安定であるから、機首を右に回転し続ける。ただし、本計算は線形運動

方程式を用いているので，横流れ角 β が小さい部分のみが信頼できるもので，それ以外は参考である．図 5 は運動軌跡であるが，船は時計回りに旋回している様子がわかる．

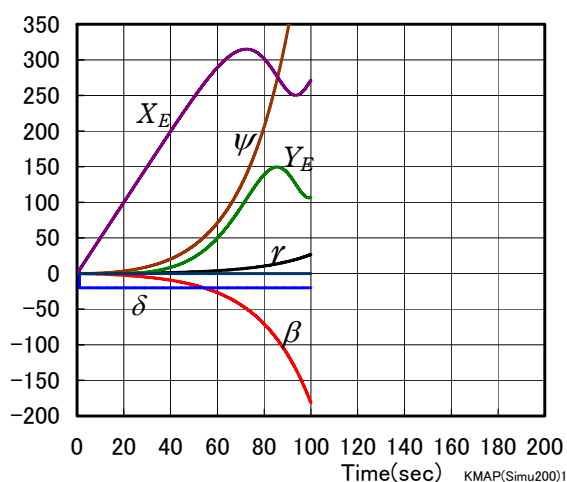


図 4 δ 操作応答
(EIGE. PRB7. 2-1A. DAT)

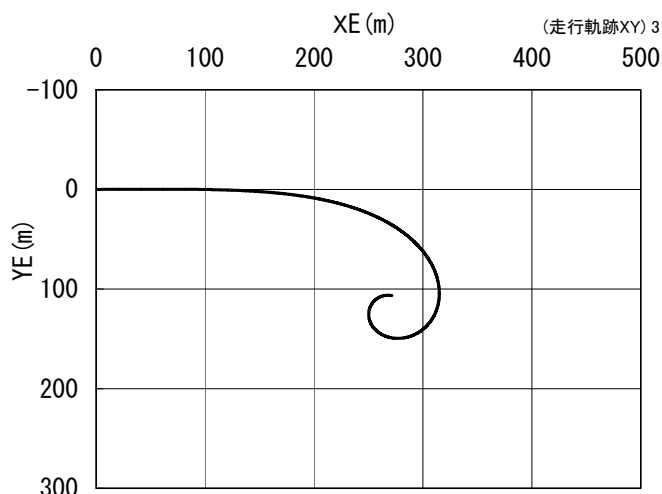


図 5 運動軌跡

図 6 は，図 5 の運動軌跡の初期部分を拡大したものである．操舵直後には，重心の軌跡は旋回する側と反対方向に若干移動することがわかる．この重心が外側へ押し出される現象は“キック”といわれる．

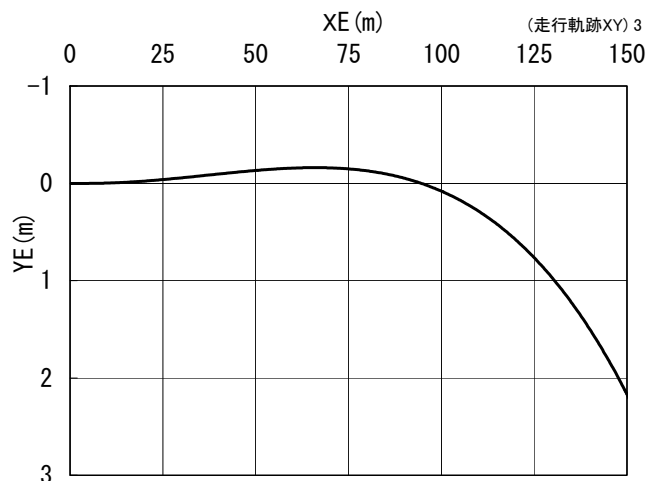


図 6 運動軌跡(キック)

このケースのインプットデータは次のようである．
(同様な問題では，例題ファイルをコピー利用して，数値を変更して解析を行っていくとミスを防ぐことができる)

```
#####(インプットデータ)#####
EIGE. PRB7. 2-1A. DAT (  $\delta$  操舵旋回性, 運動軌跡)
NXP = 3
```

tmax (s) = 100.000

```

1. NU1-----> 4
  T , U1          0.000    0.000
                  1.000    0.000
                  1.001   -20.000
                  60.000   -20.000

3. NU3-----> 2
  T , U3          0.000    0.000
                  60.000    0.000

5. NU5-----> 2
  T , U5          0.000    0.000
                  60.000    0.000

```

*****10*****20*****30*****40*****50*****60*****70*****

<積分数, IRIG, TDEBUG 時間, 補間関数> 6 0 0.0 0

<Control System Data>

Hi *---GAIN---NCAL*N01*N02*N03*NGO*LNO

```

1 //AP, B2 行列テータ設定
2 H1=G; (m)          H 0 0.3000E+08 11 1 0 0 0 0
3 H2=G; (L)          H 0 0.1700E+03 11 2 0 0 0 0
4 H3=G; (B)          H 0 0.2400E+02 11 3 0 0 0 0
5 H4=G; (d)          H 0 0.1000E+02 11 4 0 0 0 0
6 H5=G; (Cb)         H 0 0.6500E+00 11 5 0 0 0 0
7 H6=G; (hR)         H 0 0.7000E+01 11 6 0 0 0 0
8 H7=G; (CR)         H 0 0.4000E+01 11 7 0 0 0 0
9 H8=G; (ROU)        H 0 0.9990E+03 11 8 0 0 0 0
10 H9=G; (V)         H 0 0.5000E+01 11 9 0 0 0 0
11 //
12 H10=H5*H2; (Cb*L) H 0                23 10 5 2 0 0
13 H11=H10*H3; (*B)  H 0                23 11 10 3 0 0
14 H12=H11*H4; (Vol) H 0                23 12 11 4 0 0
15 H13=H2*H2; (L*L)  H 0                23 13 2 2 0 0
16 H14=H3*H3; (B*B)  H 0                23 14 3 3 0 0
17 H15=H13+H14; (L*L+B*B) H 0            21 15 13 14 0 0
18 H16=H15*G; (/20)  H 0 0.5000E-01 17 16 15 0 0 0
19 H17=H16*H8; (*ROU) H 0                23 17 16 8 0 0
20 H18=H17*H12; (Izw) H 0                23 18 17 12 0 0
21 H19=H2*H4; (S)    H 0                23 19 2 4 0 0
22 H20=H6*H7; (SR)   H 0                23 20 6 7 0 0
23 H21=H4*G; (2*d)   H 0 0.2000E+01 17 21 4 0 0 0
24 H22=H21/H2; (A)   H 0                24 22 21 2 0 0
25 H23=H6*H6; (hR*hR) H 0                23 23 6 6 0 0
26 H24=H23/H20; (AR) H 0                24 24 23 20 0 0
27 //
28 H25=H2/H3; (L/B)  H 0                24 25 2 3 0 0
29 H26=G/H25; (0.5/(L/B)) H 0 0.5000E+00 25 26 25 0 0 0
30 H27=G; (0.03)     H 0 0.3000E-01 11 27 0 0 0 0
31 H28=H26-H27; (mx/(ROU*Vol)) H 0            22 28 26 27 0 0
32 H29=H8*H12; (ROU*Vol) H 0            23 29 8 12 0 0
33 H30=H28*H29; (mx) H 0                23 30 28 29 0 0
34 //
35 H31=H25*H25; ((L/B)**2) H 0            23 31 25 25 0 0
36 H32=H31*H25; ((L/B)**3) H 0            23 32 31 25 0 0
37 H33=H32*G; (0.0012*(L/B)**3) H 0 0.1200E-02 17 33 32 0 0 0
38 H34=H31*G; (0.0285*(L/B)**2) H 0 0.2850E-01 17 34 31 0 0 0
39 H35=H25*G; (0.2294*(L/B)) H 0 0.2294E+00 17 35 25 0 0 0
40 H36=H33-H34;      H 0                22 36 33 34 0 0
41 H37=H36+H35;      H 0                21 37 36 35 0 0
42 H38=G; (0.3127)   H 0 0.3127E+00 11 38 0 0 0 0
43 H39=H37+H38; (my/(ROU*Vol)) H 0            21 39 37 38 0 0
44 H40=H39*H29; (my) H 0                23 40 39 29 0 0
45 //
46 H41=H32*G; (0.0014*(L/B)**3) H 0 0.1400E-02 17 41 32 0 0 0

```

47	H42=H31*G; (0.0378*(L/B)**2)	H 0	0.3780E-01	17	42	31	0	0	0
48	H43=H25*G; (0.3567*(L/B))	H 0	0.3567E+00	17	43	25	0	0	0
49	H44=G; (0.3328)	H 0	0.3328E+00	11	44	0	0	0	0
50	H45=H41-H42;	H 0		22	45	41	42	0	0
51	H46=H45+H43;	H 0		21	46	45	43	0	0
52	H47=H46-H44; (Jz/Izw)	H 0		22	47	46	44	0	0
53	H48=H47*H18; (Jz)	H 0		23	48	47	18	0	0
54	//								
55	H49=G; (12)	H 0	0.1200E+02	11	49	0	0	0	0
56	H50=H15/H49; ((L**2+B**2)/12)	H 0		24	50	15	49	0	0
57	H51=H50*H1; (Iz)	H 0		23	51	50	1	0	0
58	//								
59	H52=H8*G; (0.5*ROU)	H 0	0.5000E+00	17	52	8	0	0	0
60	H53=H9*H9; (V**2)	H 0		23	53	9	9	0	0
61	H54=H52*H53; (0.5*ROU*V**2)	H 0		23	54	52	53	0	0
62	H70=H54*H20; (0.5*ROU*V**2*SR)	H 0		23	70	54	20	0	0
63	H71=H24*G; (6.13*AR)	H 0	0.6130E+01	17	71	24	0	0	0
64	H72=G; (2.25)	H 0	0.2250E+01	11	72	0	0	0	0
65	H73=H24+H72; (AR+2.25)	H 0		21	73	24	72	0	0
66	H74=H71/H73; (6.13AR/(AR+2.25))	H 0		24	74	71	73	0	0
67	H75=H70*H74; (Ydelta)	H 0		23	75	70	74	0	0
68	//								
69	H76=H2*G; (-L/2)	H 0	-0.5000E+00	17	76	2	0	0	0
70	H77=H75*H76; (Ndelta)	H 0		23	77	75	76	0	0
71	//								
72	H55=H54*H19; (0.5*ROU*V**2*S)	H 0		23	55	54	19	0	0
73	H56=G; (PAI)	H 0	0.3142E+01	11	56	0	0	0	0
74	H57=H56*H22; (PAI*A)	H 0		23	57	56	22	0	0
75	H58=H57*G; (/2)	H 0	0.5000E+00	17	58	57	0	0	0
76	H59=H5/H25; (Cb*B/L)	H 0		24	59	5	25	0	0
77	H60=H59*G; (1.4*Cb*B/L)	H 0	0.1400E+01	17	60	59	0	0	0
78	H61=H58+H60; (PAI*A/2+1.4CbB/L)	H 0		21	61	58	60	0	0
79	H62=H55*H61;	H 0		23	62	55	61	0	0
80	H93=H62*G; (Ybeta1)	H 0	-0.1000E+01	17	93	62	0	0	0
81	H95=H93-H75; (Ybeta)	H 0		22	95	93	75	0	0
82	//								
83	H63=H57*G; (PAI*A/4)	H 0	0.2500E+00	17	63	57	0	0	0
84	H64=H55*H63; (Yr1)	H 0		23	64	55	63	0	0
85	H96=H2/H9; (L/V)	H 0		24	96	2	9	0	0
86	H97=H96*G; (L/(2V))	H 0	0.5000E+00	17	97	96	0	0	0
87	H98=H75*H97; (Yr2)	H 0		23	98	75	97	0	0
88	H99=H64+H98; (Yr)	H 0		21	99	64	98	0	0
89	//								
90	H65=H55*H2; (0.5*ROU*V**2*S*L)	H 0		23	65	55	2	0	0
91	H66=H65*H22;	H 0		23	66	65	22	0	0
92	H94=H66*G; (Nbeta1)	H 0	-0.1000E+01	17	94	66	0	0	0
93	H100=H2*G; (L/2)	H 0	0.5000E+00	17	100	2	0	0	0
94	H101=H75*H100; (Nbeta2)	H 0		23	101	75	100	0	0
95	H102=H94+H101; (Nbeta)	H 0		21	102	94	101	0	0
96	//								
97	H67=G; (0.54)	H 0	0.5400E+00	11	67	0	0	0	0
98	H68=H22-H67; (A-0.54)	H 0		22	68	22	67	0	0
99	H69=H66*H68; (Nr1)	H 0		23	69	66	68	0	0
100	H103=H98*H100; (Nr2)	H 0		23	103	98	100	0	0
101	H104=H69-H103; (Nr)	H 0		22	104	69	103	0	0
102	//								
103	H78=H1+H40; (m+my)	H 0		21	78	1	40	0	0
104	H79=H78*H9; ((m+my)V)	H 0		23	79	78	9	0	0
105	H80=H95/H79; (Ybetabar)	H 0		24	80	95	79	0	0
106	//								
107	H81=H1+H30; (m+mx)	H 0		21	81	1	30	0	0


```

169 Z1=U1*G;          H 0  0.1000E+01  52  1  1  0  0  0
170 Z3=U3*G;          H 0  0.1000E+01  52  3  3  0  0  0
171 //----- (XE, YE)
172 Z9=Z8+Z6; (PSI+Beta)  H 0                    35  9  8  6  0  0
173 H35=Z9; (PSI+Beta)    H 0                    12 35  9  0  0  0
174 H36=FCOSD[H35]; (cos (PSI+Beta)) H 0                    19 36 35  0  0  0
175 H37=FSIND[H35]; (sin (PSI+Beta)) H 0                    18 37 35  0  0  0
176 Z10=H36; (cos (PSI+Beta)) H 0                    54 10 36  0  0  0
177 Z11=H37; (sin (PSI+Beta)) H 0                    54 11 37  0  0  0
178 Z12=Z10*H9; (XEdot)   H 0                    74 12 10  9  0  0
179 Z13=Z11*H9; (YEdot)   H 0                    74 13 11  9  0  0
180 Z14={1/S, t>=G} Z12X5; (XE) H 0  0.0000E+00 110 14 12  5  0  0
181 Z15={1/S, t>=G} Z13X6; (YE) H 0  0.0000E+00 110 15 13  6  0  0
182 //-----
183 //安定解析出力に追加する場合
184 //は, 下記に R(6+NXP) ~ を設定.
185 //シミュレーション用出力 (Z191~Z200)
186 //(このデータが TES6. DAT に入る)
187 Z191=Z6*G; (BETA)      H 0  0.1000E+01  53 191  6  0  0  0
188 Z192=Z7*G; (r)        H 0  0.1000E+01  53 192  7  0  0  0
189 Z193=Z8*G; (PSI)     H 0  0.1000E+01  53 193  8  0  0  0
190 Z194=Z1*G; (Input Z1) H 0  0.1000E+01  53 194  1  0  0  0
191 Z195=Z14*G; (XE)     H 0  0.1000E+01  53 195 14  0  0  0
192 Z196=Z15*G; (YE)     H 0  0.1000E+01  53 196 15  0  0  0
193 //(最後に次の END 文が必要)
194 {Pitch Data END};     H 0                    899  0  0  0  0  0
195 {Control Data END};   H 0                    999  0  0  0  0  0
------(DATA END)-----

```

このインプットデータの制御則部は、「解析結果の表示」画面で「101」および「102」とキーインすると、次の KMAP 線図で確認できる。

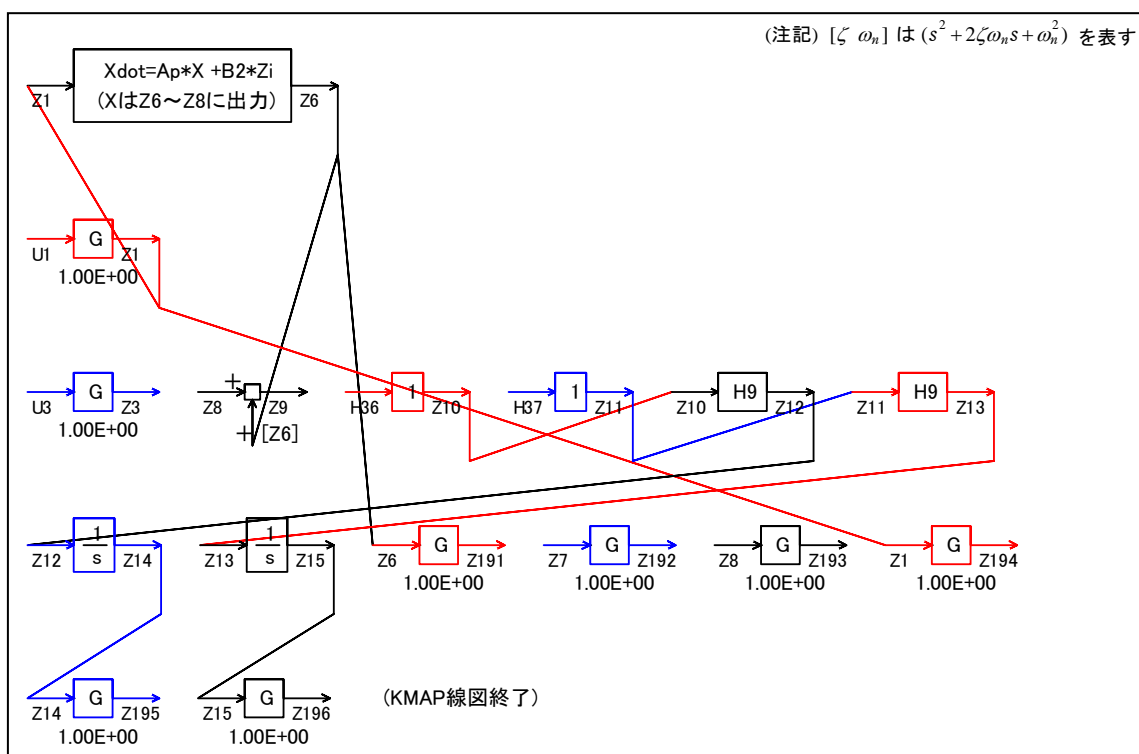


図 7 KMAP 線図

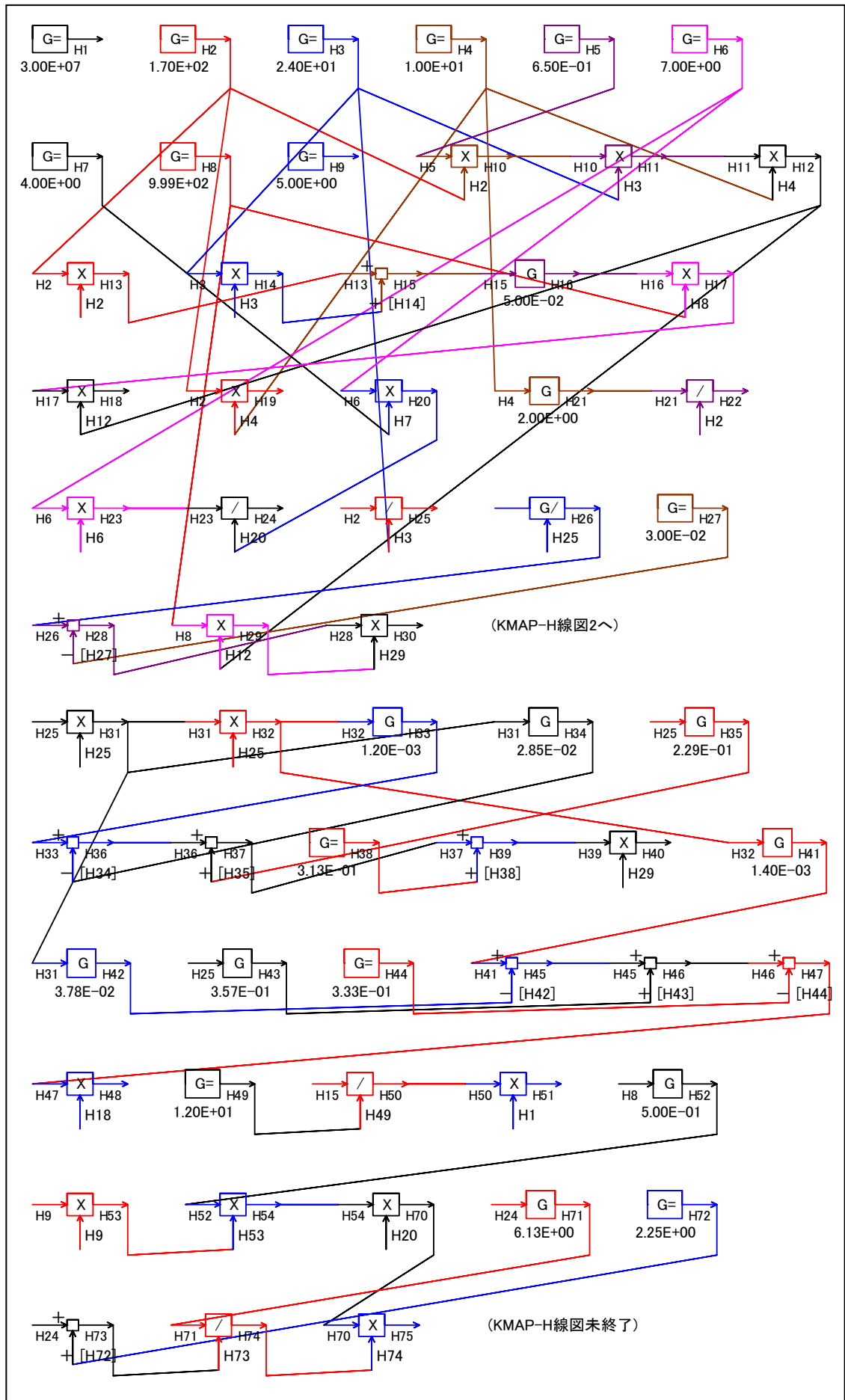


図 8 KMAP-H 線図

図7のKMAP線図は、インプットデータの制御則部をそのデータ順に図にしたもので、信号の流れにミスがないか確認するのに便利である。

また、図8のKMAP-H線図は、計算に用いられる中間変数Hについての信号の流れを図にしたものである。

(参考図書)

- 1) 片柳亮二：機械システム制御の実際－航空機，ロボット，工作機械，自動車，船および水中ビークル，産業図書，2013.
- 2) 片柳亮二：初学者のためのKMAP入門，産業図書，2012.
- 3) 片柳亮二：航空機の飛行力学と制御，森北出版，2007.
- 4) 廣田 實：船舶制御システム工学<増補版>，成山堂書店，1984.
- 5) 本田啓之輔：操船通論，成山堂書店，1992.
- 6) 元良誠三監修，著者小山健夫，藤野正隆，前田久明：
改訂版 船体海洋物の運動学，成山堂書店，1992.
- 7) 元良誠三：船体運動力学（電子訂正版），（社）日本船舶海洋工学会，2005.
- 8) Lamb, H.: hydrodynamics Sixth Edition, Cambridge Univ. Press, 1932.
- 9) <http://r-katayanagi.air-nifty.com/>

以上